

Mathematik

1 Fläche und Umfang von Kreisen

Die Fläche und der Umfang eines Kreises lassen sich aus dem Radius r und der Kreiszahl π (Pi, ungefähr 3,14) berechnen. Die Formeln lauten:

$$A = \pi \cdot r^2 \quad (1)$$

und

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r \quad (2)$$

Der Durchmesser d ist doppelt so groß wie r .

Mit den Umformungen dieser Formeln kann man z.B. aus der Fläche den Radius berechnen usw.

Bei Teilkreisen ist zu beachten, dass die Länge des Kreisbogens nur ein Ausschnitt des ganzen Umfangs ist. So ist z.B. der Kreisbogen eines Teilkreises mit $r = 5\text{cm}$ und $\alpha = 90^\circ$ nur ein Viertel ($\frac{90^\circ}{360^\circ}$) so groß wie der Umfang eines ganzen Kreises mit $r = 5\text{cm}$.

Praktisch ist auch folgende Formel,

$$A_{Ring} = \pi \cdot (r_{\text{außen}}^2 - r_{\text{innen}}^2) \quad (3)$$

die aber abgeleitet werden kann.

2 Exponentielles Wachstum

Die Formel für exponentielles Wachstum lautet:

$$B(t) = B(0) \cdot q^t \quad (4)$$

Bei statistischen Kurven, für die man eine Exponentialgleichung aufstellen soll, kann man das Verhältnis zwischen einem Wert und dem Vorgängerwert als Faktor q und irgendeinen Wert als Anfangswert $B(0)$ nehmen. Ist der Zeitabstand zwischen diesen Werten nicht 1 (ein Jahr, eine Stunde etc.), so sollte die Formel so aufgestellt werden:

$$B(t) = B(0) \cdot q^{\frac{t}{\text{Schritte}}} \quad (5)$$

Exponentielles Wachstum tritt z.B. dann auf, wenn durch Zinsen innerhalb eines Zeitabschnitts immer ein bestimmter Anteil zum Betrag hinzukommt, aber auch umgekehrt, wenn innerhalb eines Zeitabschnitts immer ein bestimmter Anteil verloren geht (z.B. radioaktiver Zerfall).

2.1 Zinsen

Die Vermehrung des Guthabens auf der Bank ist ein typisches Beispiel für exponentielles Wachstum. Dabei entspricht der anfangs eingezahlte Grundbetrag $B(0)$, der Betrag im Jahr t nach der Einzahlung $B(t) = B(0) \cdot q^t$ und q dem Zinssatz. Bei 3% ist $q = 1,03$, weil zum 1fachen Betrag noch $\frac{3}{100}$ des Betrags hinzukommt.

2.2 radioaktiver Zerfall

Ein typisches Beispiel für exponentiellen Zerfall ist der radioaktive Zerfall. Meistens ist ungefähr folgendes angegeben: „Von 1g eines radioaktiven Stoffes sind nach 10min noch 0,5g übrig. Wie viel ist nach 30min übrig?“. Folgende Gleichung ist aufzustellen:

$$B(30min) = 1g \cdot \frac{1}{2}^{\frac{30min}{10min}}$$

3 Übungsaufgaben

3.1 Kreise

S. 77, Nr. 2, 3, 6

S. 79, Nr. 3, 4, 9

3.2 exponentielles Wachstum

S. 38, Nr. 2, 5, 8

S. 41, Nr. 9